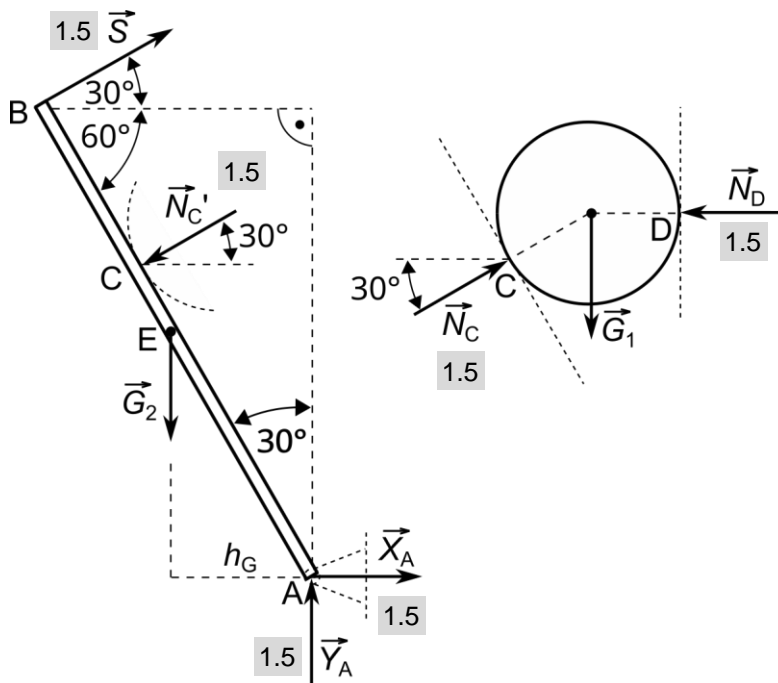


Задатак 1

Ослобађање од веза и уношење одговарајућих реакција веза (6x1.5=9п)



Аналитички услови равнотеже (27п)

Хомогени диск 1:

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow N_C \cdot \cos 30^\circ - N_D = 0, \quad (4)$$

$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow N_C \cdot \sin 30^\circ - G_1 = 0, \quad (4)$$

Штап 2 (3+3+5=11п):

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow X_A - N_C' \cdot \cos 30^\circ + S \cdot \cos 30^\circ = 0, \quad (4)$$

$$\sum Y_i = 0 \Rightarrow Y_A - G_2 - N_C' \cdot \sin 30^\circ + S \cdot \sin 30^\circ = 0, \quad (4)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow G_2 \cdot h_G + N_C' \cdot \overline{AC} - S \cdot \overline{AB} = 0, \quad (6)$$

Краци сила:

$$\overline{AB} = 3[\text{m}], \quad (1.5)$$

$$\overline{AC} = 2[\text{m}], \quad (1.5)$$

$$h_G = \overline{AE} \cdot \sin 30^\circ = 1.5 \cdot \frac{1}{2} = 0.75[\text{m}]. \quad (2)$$

Израчунавање реакција веза (6x1.5п):

$$N_C = \frac{G_1}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12 [\text{kN}], \quad (1.5)$$

$$N_C' = N_C, \quad (1.5)$$

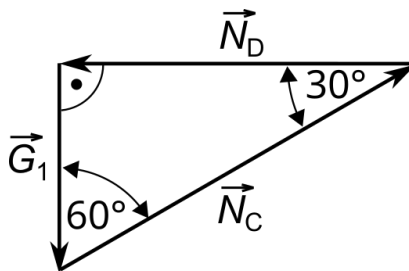
$$N_D = N_C \cos 30^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} [\text{kN}], \quad (1.5)$$

$$S = \frac{1}{AB} (G_2 \cdot h_G + N_C' \cdot \overline{AC}) = \frac{1}{3} (4 \cdot 0.75 + 12 \cdot 2) = 9 [\text{kN}], \quad (1.5)$$

$$X_A = N_C' \cdot \cos 30^\circ - S \cdot \cos 30^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 2.6 [\text{kN}], \quad (1.5)$$

$$Y_A = G_2 + N_C' \cdot \sin 30^\circ - S \cdot \sin 30^\circ = 4 + 12 \cdot \frac{1}{2} - 9 \cdot \frac{1}{2} = 5.5 [\text{kN}]. \quad (1.5)$$

*Услове равнотеже хомогеног диска могуће је решити и геометријски (помоћу троугла сила) јер се ради о три сучељне силе. Ако такмичар користи поменути геометријски начин, онда извршити бодовање као што је приказано у наставку.



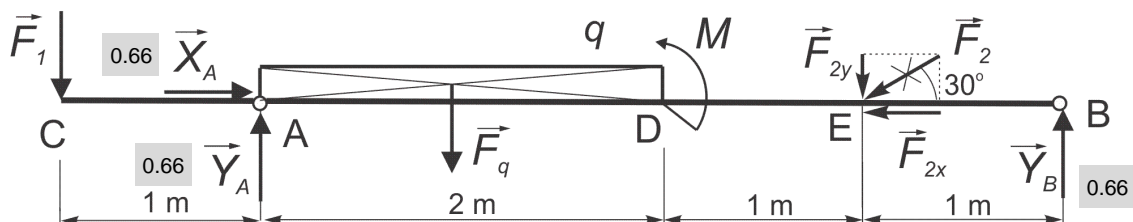
Геометријски услови равнотеже:

$$N_C \cdot \sin 30^\circ = G_1, \quad (4) \Rightarrow N_C = \frac{G_1}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12 [\text{kN}]. \quad (1.5)$$

$$N_C \cdot \cos 30^\circ = N_D, \quad (4) \Rightarrow N_D = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} [\text{kN}]. \quad (1.5)$$

Задатак 2

Ослобађање од веза, уношење реакција веза (2п), разлагање косих сила и континуалног оптерећења (3п)



$$Fq = q \cdot 2 = 3 \cdot 2 = 6 [\text{kN}], \quad (1)$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 30^\circ = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} [\text{kN}], \quad (1)$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin 30^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2 [\text{kN}]. \quad (1)$$

Аналитички услови равнотеже (постављање једначина 11п + решавање 4п=15п):

$$\sum X_i = 0; \quad X_A - F_{2x} = 0, \quad (3)$$

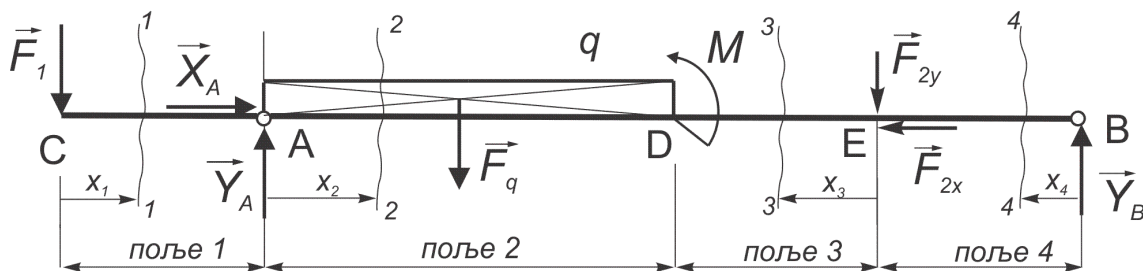
$$\sum Y_i = 0; \quad -F_1 + Y_A - F_q - F_{2y} + Y_B = 0, \quad (4)$$

$$\sum M_A = 0; \quad F_1 \cdot 1 - F_q \cdot 1 + M - F_{2y} \cdot 3 + Y_B \cdot 4 = 0, \quad (4)$$

$$X_A = F_{2x} = 2\sqrt{3} [\text{kN}], \quad (1)$$

$$Y_B = \frac{1}{4} (-F_1 \cdot 1 + F_q \cdot 1 - M + F_{2y} \cdot 3) = \frac{1}{4} (-3 \cdot 1 + 6 \cdot 1 - 5 + 2 \cdot 3) = 1 [\text{kN}], \quad (1.5)$$

$$Y_A = F_1 + F_q + F_{2y} - Y_B = 3 + 6 + 2 - 1 = 10 [\text{kN}]. \quad (1.5)$$



Основне статичке величине по пољима греде (аналитички изрази за аксијалне силе 4п + трансверзалне силе 8п + моменте савијања 12п=24п, подељени равномерно на сва четири поља)

Поље CA ($0 \leq x_1 \leq 1m$) (аксијалне силе 1п, трансверзалне силе 2п, momenti савијања 3п., укупно 6п)

$$F_a^l(x_1) = 0, \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_1 = 0 \rightarrow F_{aC}^l = 0, \quad (0.25)$$

$$\text{за } x_1 = 1m \rightarrow F_{aA}^l = 0. \quad (0.25)$$

$$F_t^l(x_1) = -F_1 = -3 \text{ [kN]}, \quad (1)$$

$$\text{за } x_1 = 0 \rightarrow F_{tC}^l = -3 \text{ [kN]}, \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_1 = 1m \rightarrow F_{tA}^l = -3 \text{ [kN]}. \quad (0.5)$$

$$M_f^l(x_1) = -F_1 \cdot x_1 = -3 \cdot x_1, \quad (2)$$

$$\text{за } x_1 = 0 \rightarrow M_{fC}^l = -3 \cdot 0 = 0, \quad (0.5)$$

$$x_1 = 1m \rightarrow M_{fA}^l = -3 \cdot 1 = -3 \text{ [kNm]}. \quad (0.5)$$

Поље AD ($0 \leq x_2 \leq 2m$) (аксијалне силе 1п, трансверзалне силе 2п, momenti савијања 3п., укупно 6п)

$$F_a^l(x_2) = -X_A = -2\sqrt{3} \text{ [kN]}, \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_2 = 0 \rightarrow F_{aA}^l = -2\sqrt{3} \text{ [kN]}, \quad (0.25)$$

$$\text{за } x_2 = 2m \rightarrow F_{aD}^l = -2\sqrt{3} \text{ [kN]}. \quad (0.25)$$

$$F_t^l(x_2) = -F_1 + Y_A - q \cdot x_2 = -3 + 10 - 3 \cdot x_2 = 7 - 3 \cdot x_2, \quad (1)$$

$$\text{за } x_2 = 0 \rightarrow F_{tA}^l = 7 - 3 \cdot 0 = 7 [\text{kN}], \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_2 = 2m \rightarrow F_{tD}^l = 7 - 3 \cdot 2 = 1 [\text{kN}]. \quad (0.5)$$

$$M_f^l(x_2) = -F_1(1+x_2) + Y_A \cdot x_2 - q \cdot x_2 \cdot \frac{x_2}{2} = -3(1+x_2) + 10x_2 - \frac{3}{2}x_2^2 = -3 - 3x_2 + 10x_2 - \frac{3}{2}x_2^2,$$

$$M_f^l(x_2) = -3 + 7x_2 - \frac{3}{2}x_2^2, \quad (2)$$

$$\text{за } x_2 = 0 \rightarrow M_{fA}^l = -3 [\text{kNm}], \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_2 = 2m \rightarrow M_{fD}^l = 5 [\text{kNm}]. \quad (0.5)$$

Поље ED ($0 \leq x_3 \leq 1m$) (аксијалне силе 1п, трансверзалне силе 2п, моменти савијања 3п., укупно 6п)

$$F_a^d(x_3) = -F_{2x} = -2\sqrt{3} [\text{kN}], \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_3 = 0 \rightarrow F_{aE}^d = -2\sqrt{3} [\text{kN}], \quad (0.25)$$

$$\text{за } x_3 = 1m \rightarrow F_{aD}^d = -2\sqrt{3} [\text{kN}]. \quad (0.25)$$

$$F_t^d(x_3) = -Y_B + F_{2y} = -1 + 2 = 1 [\text{kN}], \quad (1)$$

$$\text{за } x_3 = 0 \rightarrow F_{tE}^d = 1 [\text{kN}], \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_3 = 1m \rightarrow F_{tD}^d = 1 [\text{kN}]. \quad (0.5)$$

$$M_f^d(x_3) = Y_B(1+x_3) - F_{2y} \cdot x_3 = 1 + x_3 - 2x_3 = 1 - x_3, \quad (2)$$

$$\text{за } x_3 = 0 \rightarrow M_{fE}^d = 1 [\text{kNm}], \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_3 = 1m \rightarrow M_{fD}^d = 1 - 1 = 0. \quad (0.5)$$

Поље ВЕ ($0 \leq x_4 \leq 1m$) (аксијалне силе 1п, трансверзалне силе 2п, моменти савијања 3п., укупно 6п)

$$F_a^d(x_4) = 0, \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_4 = 0 \rightarrow F_{aB}^d = 0, \quad (0.25)$$

$$\text{за } x_4 = 1m \rightarrow F_{aE}^d = 0. \quad (0.25)$$

$$F_t^d(x_4) = -Y_B = -1[\text{kN}], \quad (1)$$

$$\text{за } x_4 = 0 \rightarrow F_{tB}^d = -1[\text{kN}], \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_4 = 1m \rightarrow F_{tE}^d = -1[\text{kN}]. \quad (0.5)$$

$$M_f^d(x_4) = Y_B \cdot x_4 = x_4, \quad (2)$$

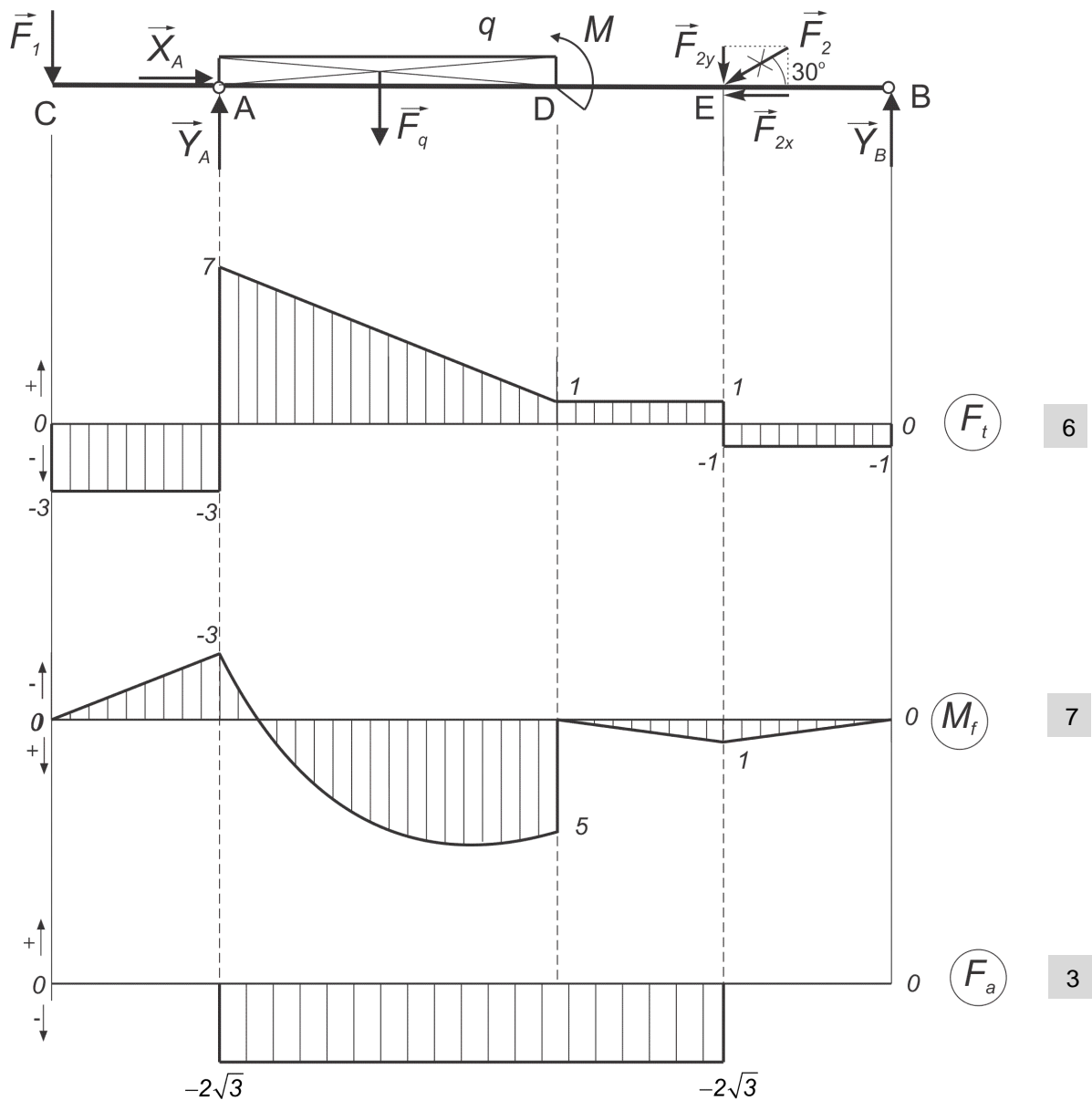
$$\text{за } x_4 = 0 \rightarrow M_{fB}^d = 0, \quad (0.5)$$

$$\text{за } x_4 = 1m \rightarrow M_{fE}^d = 1[\text{kNm}]. \quad (0.5)$$

** Признати ако такмичар није писао изразе по пољима за аксијалне и трансверзалне силе као и моменте савијања, већ директно за карактеристичне тачке (лево или десно), под условом да се добијају тачни дијаграми.

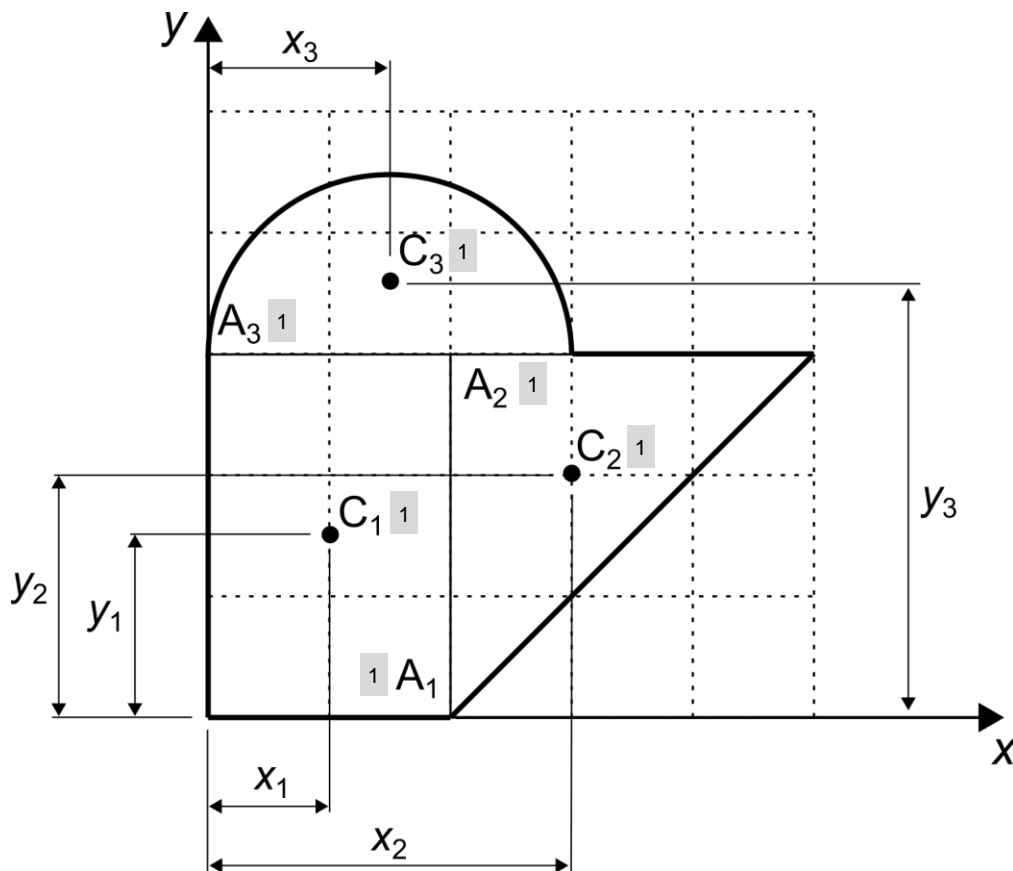
** Признати ако такмичар није формирао поља по редоследу и/или оријентацији (са леве или десне стране) која је овде приказана, под условом да се добијају тачни дијаграми.

Статички дијаграми (аксијалне силе 3п + трансверзалне силе 6п + моменти савијања 7п, укупно 16п):



Задатак 3

Подела сложене раванске фигуре на елементарне површине, обележена тежишта и унете координате тежишта:



*Свака тачно унета елементарна површина на слици бодована је са 1 поен, и свако уцртано тежиште са по 1 поен, укупно 6 поена.

Елементарне површине (4x2.5=10п):

$$A_1 = 2a \cdot 3a = 8 \cdot 12 = 96 [\text{cm}^2], \quad (2.5)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} 3a \cdot 3a = \frac{1}{2} 12 \cdot 12 = 72 [\text{cm}^2], \quad (2.5)$$

$$A_3 = \frac{(1.5a)^2 \pi}{2} = \frac{6^2 \pi}{2} = 56.55 [\text{cm}^2], \quad (2.5)$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 96 + 72 + 56.55 = 224.55 [\text{cm}^2], \quad (2.5)$$

Координате тежишта елементарних површина (6x3.33=20п):

$$x_1 = \frac{2a}{2} = 4[\text{cm}], \quad (3.33)$$

$$y_1 = \frac{3a}{2} = 6[\text{cm}], \quad (3.33)$$

$$x_2 = 2a + \frac{3a}{3} = 8 + 4 = 12[\text{cm}], \quad (3.33)$$

$$y_2 = 3a - \frac{3a}{3} = 12 - 4 = 8[\text{cm}], \quad (3.33)$$

$$x_3 = \frac{3a}{2} = \frac{12}{2} = 6[\text{cm}], \quad (3.33)$$

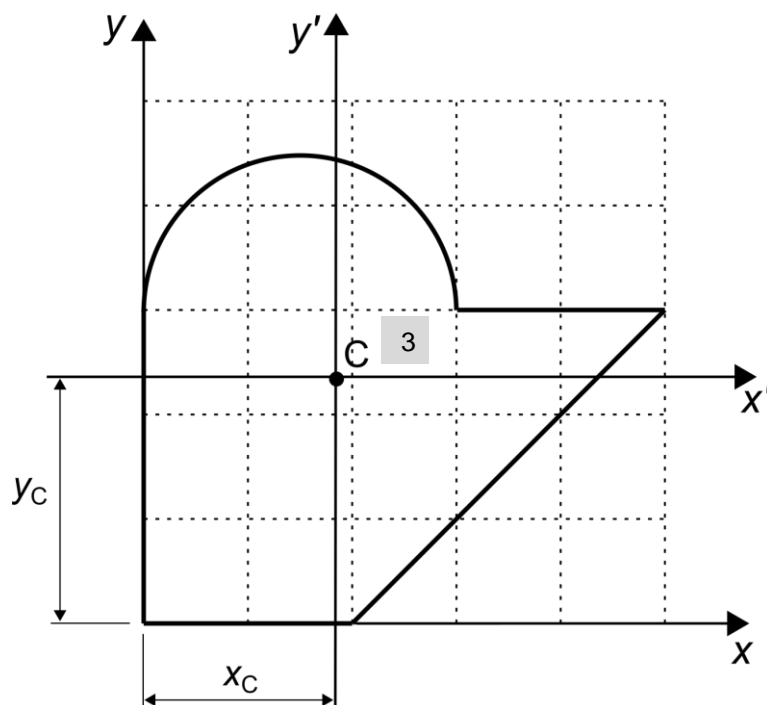
$$y_3 = 3a + \frac{4 \cdot 1.5a}{3\pi} = 12 + \frac{4 \cdot 6}{3\pi} = 14.55[\text{cm}], \quad (3.33)$$

Координате тежишта сложене раванске фигуре (2x3=6п):

$$x_c = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3}{A} = \frac{4 \cdot 96 + 12 \cdot 72 + 6 \cdot 56.55}{224.55} = 7.07[\text{cm}], \quad (3)$$

$$y_c = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3}{A} = \frac{6 \cdot 96 + 8 \cdot 72 + 14.55 \cdot 56.55}{224.55} = 8.79[\text{cm}]. \quad (3)$$

Уцртан положај тежишта сложене равне фигуре (3п):



*** Признати ако је такмичар на други начин дошао до сложене фигуре, (неком другом комбинацијом одузимања и/или сабирања елементарних површина), под условом да су елементарне површине, координате њихових тежишта, као и координате тежишта саме сложене фигуре тачно израчунате.